**Завдання № 1**

Скільки тризначних чисел можна записати цифрами 0, 1, 2, 3, 4, якщо кожну з цих цифр використовувати не більше одного разу?

**Розв’язок**

За формулою для *розміщень* ()обчислимо загальну кількість 3-знакових комбінацій:

Від загальної кількості треба відняти кількість комбінацій з нулем на початку (кількість можливих 2-знакових комбінацій без нуля):

Отже, кількість тризначних чисел: 60-12=48.

**Відповідь: 48**

**Завдання №2**

Скільки п'ятизначних чисел можна скласти з цифр 1, 2, 3, 4, 5 так, щоб жодна з них не повторювалась?

**Розв’язок**

За формулою для *перестановок* () (частковий випадок n=k для *розміщень* ) маємо:

**Відповідь: 120**

**Завдання №3**

Пристрій складається з трьох основних елементів, що працюють незалежно. Пристрій відмовить, якщо вийде з ладу хоча б один елемент. Ймовірність виходу з ладу будь-якого елемента протягом часу t рівна 0,1. Знайти ймовірність безвідмовної роботи пристрою за час t, якщо: а) працюють тільки основні елементи; б) ввімкнений один резервний елемент; в) ввімкнені два резервні елементи. Резервні елементи працюють в тому ж режимі, що й основні, ймовірність відмови кожного також становить 0,1.

**Розв’язок**

**а)** Безвідмовна робота як і вихід з ладу будь-якого елементу - події сумісні й незалежні. Ймовірність безвідмовної роботи кожного елементу = 0,9. Звідси, *за теоремою добутку ймовірностей* (для незалежних подій):

**б)** В данному випадку, до результату отриманого у попередньму пункті додаємо ймовірність того, що 1 елемент вийде з ладу:

*P(A)* = 0.729. Звідси за *теоремою додавання* несумісних подій, маємо:

*P(A+B) = P(A) + P(B) =* 0.729 + 0.081 = 0.81

**в)** Аналогічною пункту *б)* є ситуація для даного випадку з тою лиш різницею що відмовити можуть два елементи. Отже результуюча ймовірність буде = 0,81 + 0,081 = 0,891.

**Відповідь: а)0,729 б)0,81 в)0,891**

**Завдання №4**

Лічильник реєструє частинки трьох типів А, В та С. Ймовірність появи цих частинок Р(А)=0,3; Р(В)=0,5; Р(С)=0,4. Частинки кожного з цих типів лічильник уловлює з ймовірністю р1=0,7; р2=0,3; р3=0,4. Лічильник за реєстрував частинку. Знайти ймовірність того, що це була частинка типу – В.

**Розв’язок**

Подія А – реєстрація частинки. Враховуючи що подія A відбулась, тобто для обчислення ймовірностей *PA(Bi)* Скористаємося формулою Байєса:

****

В нашому випадку P()=0.3; P()=0.5; P()=0.4; =0.7; =0.3; =0.4

Отже, маємо:

= =

**Відповідь: 0.29**

**Завдання №5**

Регістр процесора містить 8 вузлів, кожен з яких містить тригер. Надійність тригера становить p. У 4 вузлах тригери продубльовані, причому надійність тригерів-дублерів становить p1. Якщо хоча б один вузол регістра виходить з ладу, то весь регістр перестає працювати. Яка надійність цього регістра?

**Розв’язок**

Маємо класичну задачу на надійність. В даному випадку (для чотирьох про дубльованих вузлів з восьми) вона обчислюється за формулою:

P = =

**Відповідь:**

**Завдання №6**

Знайти математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, початкові моменти 1-го та 2-го порядків, центральний момент 2-го порядку дискретної випадкової величини Х, заданої законом розподілу (задані всі можливі значення випадкової величини):

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 110 | 130 | 150 | 170 |
| *P* | 0,17 | 0,21 | 0,32 | 0,30 |

**Розв’язок**

За формулою *математичного сподівання* M(X) = маємо:

M(X) = 110\*0.17+130\*0.21+150\*0.32+170\*0.3 = 18.7+27.3+48+51 = 145

Для формули *дисперсії*  D(X) = M() – обчислюємо:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 12100 | 16900 | 22500 | 28900 |
| *P* | 0,17 | 0,21 | 0,32 | 0,30 |

M() = 12100\*0.17 + 16900\*0.21 + 22500\*0.32 + 28900\*0.3 = 2057 + 3549 + +7200 + 8670 = 21476

Отже, D(X) = 21476 – = 21476 – 21025 = 451

Звідси, σ(X) = = = 21.23676

Далі обчислюємо початкові моменти 1-го, 2-го порядків та центральний момент 2-го порядку:

; = M(X) = 145; M() = 21476;

= M; = M= D(X) = 451.

**Відповідь: M(X)=145; D(X)=451; σ(X)= 21.23676; = M(X) = 145; M() = 21476; = D(X) = 451.**

**Завдання № 7**

Випадкова величина ξ має розподіл

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **ξ** | -1 | 0 | 1 | 2 |
| **P** | 0.2 | 0.1 | 0.3 | 0.4 |

Знайти математичне очікування і дисперсію випадкової величини η = 2**ξ**.

**Розв’язок**

Переробимо таблицю для випадкової величини η та знайдемо для неї математичне очікування і дисперсію:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **η** | 0,5 | 1 | 2 | 4 |
| **P** | 0.2 | 0.1 | 0.3 | 0.4 |

M(η) = 0.5\*0.2 +1\*0.1 + 2\*0.3 + 4\*0.4 = 0.1+0.1+0.6+1.6 = 2.4

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0,25 | 1 | 4 | 16 |
| **P** | 0.2 | 0.1 | 0.3 | 0.4 |

M() = 0.25\*0.2 + 1\*0.1 + 4\*0.3 + 16\*0.4 = 0.05+0.1+1.2+6.4 = 7.75

D(η) = M() – = 7.75 – = 7.75 – 5.76 = 1.99

**Відповідь: M(η) = 2.4; D(η) = 1.99.**

**Завдання №8**

Знайти дисперсію за даними розподілу вибірки:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *xi* | 0,1 | 0,5 | 0,7 | 0,9 |
| *ni* | 6 | 12 | 1 | 1 |

**Розв’язок**

Знайдемо об’єм вибірки: n = 6+12+1+1 = 20

Знайдемо відносні частоти: = 0,3; = 0,6; = 0,05;

= 0,05. Маємо розподіл:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *xi* | 0,1 | 0,5 | 0,7 | 0,9 |
|  | 0.3 | 0.6 | 0.05 | 0.05 |

Далі за формулою D(X) = M() – знаходимо дисперсію:

M(X) = 0.1\*0.3 + 0.5\*0.6 + 0.7\*0.05 + 0.9\*0.05 = 0.03 + 0.3 + 0.035 + 0.045 = =0.41

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0,01 | 0,25 | 0,49 | 0,81 |
|  | 0.3 | 0.6 | 0.05 | 0.05 |

M() = 0.01\*0.3 + 0.25\*0.6 + 0.49\*0.05 + 0.81\*0.05 = 0.003 + 0.15 + 0.0245 + + 0.0405 = 0.218

D(X) = 0.218 – = 0.218 – 0.1681 = 0.0499

**Відповідь: D(X) = 0.0499**

**Завдання №9**

1. Побудувати таблицю статистичного розподілу.
2. Побудувати гістограму щільності відносної частоти.
3. Обчислити початкові емпіричний моменти 1-го та 2-го порядків, центральний емпіричний момент третього порядку.
4. Найти моду та медіану.

2.57 1.10 1.82 1.42 1.14 1.94 2.41 1.07 2.07 1.27

2.25 1.54 1.52 2.16 1.66 2.48 1.89 2.77 0.75 1.71

1.78 2.63 2.01 1.24 1.61 2.19 1.79 1.68 1.65 1.61

1.24 2.40 2.04 2.55 1.82 2.00 1.33 1.84 2.05 1.78

2.23 2.23 2.22 3.18 2.80 0.86 1.42 2.32 2.25 1.64

1.38 2.39 2.70 1.59 1.52 1.77 2.87 1.28 1.57 1.33

1.89 1.78 1.26 2.13 2.35 1.99 2.32 2.06 2.51 1.72

2.40 2.65 2.34 2.26 2.29 1.69 1.84 1.93 2.37 1.31

1.97 2.06 2.69 3.23 2.10 1.76 1.83 1.82 1.91 1.83

2.01 2.13 2.03 2.06 2.49 2.37 2.55 2.65 2.89 2.78

**Розв’язок**

Таблиця статистичного розподілу:









Знаходимо розмах: R = 3.23 – 0.75 = 2.48

Беремо N=9 класів з довжиною інтервалу h = = 0.27

Згрупована об’єднана таблиця частості, відносної частоти та щільності:



Початкові емпіричний моменти 1-го та 2-го порядків, центральний емпіричний момент третього порядку обчислюються за формулами:

=

Отже, 0,88\*0,02 + 1,15\*0,08 + … + 3,31\*0,02 = 1,9843

= + + … + \* 0,02 = 4,198567

= \* 0,08 + … + \* 0,02 = 0,0110426

Вибірка полімодальна: ; = 1.82; = 2.06

Медіана – середнє арифметичне двох центральних елементів (50-го та 51-го):

Me = = = 1.995

**Завдання №10**

У партії з 10 деталей 7 стандартних. З партії навмання беруть 5 деталей. Знайти ймовірність того, що серед узятих деталей рівно 3 стандартні.

**Розв’язок**

Загальна кількість можливих елементарних випадків дорівнює числу способів, якими можливо взяти 5 деталей з 10 (тобто *комбінація* ).

Кількість випадків, що сприяють події (серед 5 деталей 3 стандартних): 3 стандартні деталі можна взяти з 7 стандартних способами. Решта (5-3) деталей мають бути нестандартними. Взяти (5-3) нестандартні деталі із

(10-7)